Problema 0837: Para determinar la profundidad de un pozo de una mina, que está en oscuridad total, dejamos caer una piedra en el mismo y medimos el tiempo hasta que llega el sonido de su caída en el fondo. ¿Cuál es la profundidad del pozo si desde que soltamos la piedra hasta que escuchamos el sonido pasan 4,0s. (Dato, velocidad del sonido en el aire v = 340 m/s)

$v_0 = 0$
$t-t_0 = 4{,}0s$
¿$x-x_0$?

Durante la caída utilizamos la fórmula que nos da la distancia recorrida en el movimiento acelerado

$$x-x_0=v_0(t-t_0)+\frac{1}{2}a(t-t_0)^2$$

La velocidad inicial es cero y la aceleración es la de la gravedad en la superficie de la Tierra $g = 9{,}8 m/s^2$

$$x-x_0=\frac{1}{2}g(t-t_0)_1^2$$

Pero durante la subida del sonido este se transmite a velocidad constante.

$$x-x_0=v(t-t_0)_2$$

Despejamos los intervalos de tiempo en la bajada de la piedra y en la subida del sonido y tienen que sumar el tiempo que nos dan como dato.

$$(t-t_0)_1=\sqrt{\frac{2(x-x_0)}{g}}$$

$$(t-t_0)_2=\frac{(x-x_0)}{v}$$

$$4{,}0\,s=(t-t_0)_1+(t-t_0)_2=\sqrt{\frac{2(x-x_0)}{g}}+\frac{(x-x_0)}{v}=\sqrt{\frac{2(x-x_0)}{9{,}8}}+\frac{(x-x_0)}{340}$$

$$4{,}0\,s=\sqrt{\frac{(x-x_0)}{4{,}9}}+\frac{(x-x_0)}{340}$$

$$4{,}0\,s=\frac{\sqrt{(x-x_0)}}{\sqrt{4{,}9}}+\frac{(x-x_0)}{340}$$

$$4{,}0\,s=\frac{\sqrt{(x-x_0)}}{2{,}21}+\frac{(x-x_0)}{340}$$

Hacemos un cambio de variable,

$$a=\sqrt{(x-x_0)} \qquad a^2=(x-x_0)$$

$$4{,}0\,s=\frac{a}{2{,}21}+\frac{a^2}{340}$$

$$4{,}0=0{,}452\,a+2{,}94\cdot 10^{-3}\,a^2$$

$$2{,}94\cdot 10^{-3}\,a^2+0{,}452\,a-4{,}0=0$$

$$a=\frac{-0{,}452\pm\sqrt{0{,}452^2+4\cdot 2{,}94\cdot 10^{-3}\cdot 4{,}0}}{2\cdot 2{,}94\cdot 10^{-3}}$$

$$a=\frac{-0{,}452\pm\sqrt{0{,}251}}{5{,}88\cdot 10^{-3}}=\frac{-0{,}452\pm 0{,}501}{5{,}88\cdot 10^{-3}}$$

$$a_1=8{,}33 \qquad a_2=-162{,}1$$

La solución negativa no tiene sentido físico, por tanto

$$a^2=(x-x_0)=8{,}33^2=\underline{69{,}4\,m}$$