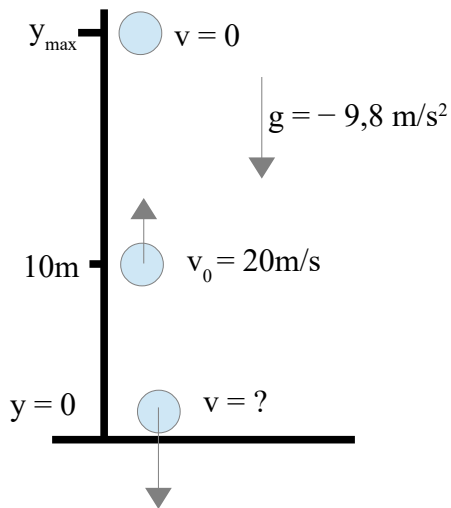


Problema 0835: Desde una altura de 10m lanzamos un balón verticalmente hacia arriba con velocidad de 20m/s. a) Calcula la altura máxima que alcanza desde el suelo, y b) la velocidad con la que cae en el suelo.

Hacemos un esquema con los datos del problema:



a) Cuando alcance la altura máxima su velocidad será cero. Ascende con aceleración negativa de $9,8\text{m/s}^2$

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

$$y = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Calculamos el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima en la primera ecuación:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

$$t - t_0 = \frac{v - v_0}{a} = \frac{v - v_0}{-g} = \frac{0 - 20 \text{ m/s}}{-9,8 \text{ m/s}^2} = 2,04 \text{ s}$$

Con este tiempo calculamos la altura máxima en la segunda ecuación:

$$y = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$y = y_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$$

$$y_{max} = 10\text{ m} + 20\text{ m/s}(2,04\text{ s}) - \frac{1}{2}9,8\text{ m/s}^2(2,04\text{ s})^2 = \underline{30,41\text{ m}}$$

La altura máxima medida desde el suelo es **30,41m**.

b) Cuando llega al suelo la altura $y = 0$, calculamos el tiempo que tarda en llegar al suelo con la segunda ecuación.

$$y = y_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$$

$$0 = 10 + 20(t - 0) - \frac{1}{2}9,8(t - 0)^2$$

$$0 = 10 + 20 \cdot t - 4,9 \cdot t^2$$

$$4,9 \cdot t^2 - 20 \cdot t - 10 = 0$$

$$t = \frac{+20 \pm \sqrt{20^2 + 4 \cdot 4,9 \cdot 10}}{2 \cdot 4,9}$$

$$t_1 = \frac{+20 + 24,41}{9,8} = \underline{4,53\text{ s}}$$

$$t_2 = \frac{+20 - 24,41}{9,8} = -0,45\text{ s}$$

Sólo nos vale el tiempo positivo, con este tiempo calculamos la velocidad final en la primera ecuación:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

$$v = v_0 - g(t - t_0) = 20\text{ m/s} - 9,8\text{ m/s}^2 \cdot 4,53\text{ s} = \underline{-24,4\text{ m/s}}$$

Llega al suelo con una velocidad de 24,4m/s, el signo negativo significa que tiene sentido contrario a la velocidad inicial, que consideramos positiva.

También podemos utilizar la ecuación que nos relaciona las velocidades, las posiciones y la aceleración

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g(y - y_0)$$

$$0 = (20\text{ m/s})^2 - 2 \cdot 9,8\text{ m/s}^2(y - 10\text{ m})$$

$$0 = 400 - 19,6(y - 10)$$

$$19,6(y - 10) = 400$$

$$y - 10 = \frac{400}{19,6}$$

$$y = \frac{400}{19,6} + 10 = \underline{30,41\text{ m}}$$

b)

La velocidad con la que cae es la correspondiente a la altura cero

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g (y - y_0)$$

$$v^2 = (20 \text{ m/s})^2 - 2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (0 - 10 \text{ m}) = 596 (\text{m/s})^2$$

$$v = \sqrt{596 (\text{m/s})^2} = \underline{24,41 \text{ m/s}}$$